

Содержание

	Стр.
Предисловие	3
Часть 1 Числовая последовательность и её предел	6
1.1 Определение числовой последовательности, способы её задания, монотонность, ограниченность	6
1.2 Предел последовательности	10
1.3 Свойства сходящихся последовательностей. Некоторые часто встречающиеся пределы последовательностей	12
1.4 Бесконечно малые последовательности, их свойства и применение к нахождению пределов	16
1.5 Достаточные признаки существования предела последовательности, число e	20
1.6 Бесконечно большие последовательности, их свойства и применение к нахождению пределов	24
1.7 Прогрессии, конечные суммы, метод полной математической индукции	28
1.8 Применение числовых последовательностей в финансовой математике	33
1.9 Задания для индивидуальной самостоятельной работы	37
1.9.1 Теоретические вопросы	37
1.9.2 Примеры	38
1.9.3 Прикладные задачи	43
1.10 Ответы, решения или указания к решению примеров и задач	44
Часть 2. Предел функции	58
2.1 Определение предела функции, его основные свойства, теоремы о пределах	58
2.2 Бесконечно малые величины, их свойства и применение к нахождению пределов. Таблица эквивалентных бесконечно малых	61
2.3 Бесконечно большие величины, их свойства и применение к нахождению пределов	63
2.4 Правило Лопиталя – Бернулли. Раскрытие неопределенностей. Таблица часто встречающихся пределов	68

2.5	Решение примеров	74
2.5.1	Раскрытие неопределенности вида (∞/∞) при $x \rightarrow \infty$ или при $x \rightarrow a$	74
2.5.2	Раскрытие неопределенности вида $(0/0)$ при $x \rightarrow a$ или $x \rightarrow \infty$	85
2.5.3	Раскрытие неопределенности вида $(\infty \cdot \infty)$ при $x \rightarrow a$ или $x \rightarrow \infty$	99
2.5.4	Раскрытие неопределенности вида $(0 \cdot \infty)$	101
2.5.5	Раскрытие неопределенностей вида (0^0) , (∞^0) , (1^∞)	103
2.6	Предельный анализ в экономике	106
2.6.1	Экономический смысл производной	106
2.6.2	Предельные издержки производства	107
2.6.3	Эластичность функции, её свойства	109
2.7	Задания для самостоятельной работы	112
2.7.1	Теоретические вопросы	112
2.7.2	Примеры	113
2.7.3	Прикладные задачи	125
2.8	Ответы, указания к решениям или сами решения примеров и задач	126
2.9	Непрерывность функции	157
2.9.1	Непрерывность функции $f(x)$ в точке x_0 . Точки разрыва функции $y = f(x)$	157
2.9.2	Свойства функций непрерывных в точке	158
2.9.3	Непрерывность функции на интервале. Свойства функций непрерывных на отрезке	159
2.9.4	Задания для самостоятельной работы	161
2.9.4.1	Теоретические вопросы	161
2.9.4.2	Примеры	162
2.9.4.3	Ответы	164
	Варианты заданий для модульной контрольной работы по теме «Пределы»	165
	Дополнение	174
	Литература	181
Часть 3	Производная	182
3.1	Определение производной	182
3.1.1	Геометрический смысл производной	182
3.1.2	Механический смысл производной	183
3.1.3	Односторонние производные	183

3.1.4	Бесконечная производная	184
3.1.5	Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции	184
3.2	Основные правила дифференцирования	185
3.2.1	Производная сложной функции	187
3.2.2	Производная обратной функции	189
3.2.3	Производная функции, заданной параметрически	190
3.2.4	Производная неявной функции	191
3.2.5	Логарифмическая производная	192
3.3	Производные высших порядков	196
3.3.1	Производные высших порядков функции $y = f(x)$	196
3.3.2	Формула Лейбница	197
3.3.3	Производные высших порядков функций, заданных параметрически	198
3.3.4	Производные высших порядков от функций, заданных неявно	199
3.4	Дифференциалы первого и высших порядков	201
3.4.1	Дифференциал первого порядка	201
3.4.2	Правила применения дифференциалов	202
3.4.3	Инвариантность формы дифференциала первого порядка	202
3.4.4	Применение дифференциала в приближенных вычислениях	203
3.4.5	Дифференциалы высших порядков	204
3.4.6	Нарушение инвариантности формы для дифференциалов высших порядков	206
3.5	Основные теоремы дифференциального исчисления	208
3.5.1	Теорема Ферма	208
3.5.2	Теорема Ролля	208
3.5.3	Теорема Лагранжа	208
3.5.4	Теорема Коши	209
3.5.5	Формула Тейлора и Маклорена	210
3.6	Правило Лопиталья-Бернулли	214
3.6.1	Раскрытие неопределенностей вида $(0/0)$ и (∞/∞)	214
3.6.2	Неопределенность вида $(0 \cdot \infty)$	216

3.6.3	Неопределенность вида $(\infty - \infty)$	216
3.6.4	Неопределенности вида (0^0) , (∞^0) , (1^∞)	217
3.7	Решение примеров	218
3.7.1	Производная функций вида $y = f(x)$	218
3.7.2	Производные функций, заданных параметрически	226
3.7.3	Производные функций, заданных в неявной форме	229
3.7.4	Производные высших порядков функций, заданных в явной форме	234
3.7.5	Производные высших порядков функций, заданных параметрически	235
3.7.6	Производные высших порядков функций, заданных в неявном виде	237
3.8	Задания для самостоятельной работы и контроля	239
3.8.1	Теоретические вопросы к разделу 3 «Производная»	239
3.8.2	Примеры для индивидуальной самостоятельной работы к разделу 3 «Производная»	240
3.8.3	Примерные варианты заданий модульного контроля по части 3 «Производная»	243
Часть 4	Приложения производной	249
4.1	Признаки монотонности функций	249
4.2	Локальный экстремум функции	251
4.2.1	Определения	251
4.2.2	Необходимое условие локального экстремума	251
4.2.3	Первое достаточное условие локального экстремума	251
4.2.4	Второе достаточное условие локального экстремума	253
4.3	Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке	254
4.4	Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба	256
4.4.1	Определения	256
4.4.2	Достаточное условие выпуклости графика функции	257

4.4.3	Достаточное условие вогнутости графика функции	257
4.4.4	Необходимое условие точки перегиба	257
4.4.5	Достаточное условие точки перегиба	257
4.4.6	Схема исследования функции на выпуклость и вогнутость и точки перегиба	258
4.5	Асимптоты графика функции	259
4.6	Схема исследования функции и построение её графика	261
4.7	Геометрические приложения производной	268
4.7.1	Уравнения касательной и нормали к кривой	268
4.7.2	Угол между двумя пересекающимися графиками функций	272
4.7.3	Отрезки касательной и нормали, подкасательная, поднормаль	275
4.8	Дифференциал дуги	280
4.9	Кривизна кривой	287
4.10	Радиус кривизны	292
4.11	Окружность кривизны. Эволюта кривой. Вершина кривой	297
4.11.1	Окружность кривизны	297
4.11.2	Эволюта кривой	299
4.11.3	Вершины кривой	300
4.12	Задания для самостоятельной работы и контроля	302
4.12.1	Теоретические вопросы для самоконтроля и модульного контроля по части 4 «Приложения производной»	302
4.12.2	Примеры и задачи для индивидуальной самостоятельной работы по части 4 «Приложения производной»	304
4.12.3	Примерные варианты заданий для модульного контроля по части 4 «Приложения производной»	310
	Ответы к задачам 4.2.1 – 4.2.10	312
	Литература	313
	Содержание	314